

1 Équations du premier degré (4ème)

a Définition

► Définitions :

Une **équation** est une égalité contenant des nombres inconnus désignés chacun par une lettre appelée inconnue.

Une équation de la forme $ax + b = cx + d$ où a , b , c et d sont des nombres donnés ($a \neq 0$ et $c \neq 0$) est dite **du 1^{er} degré à une inconnue x** .

Résoudre une équation c'est trouver toutes les valeurs qui, mises à la place de l'inconnue, rendent vraie l'égalité.

Les valeurs trouvées sont les **solutions de l'équation**.

Exemple : $5x - 10 = 2 + 3x$ est une équation d'inconnue x .

Pour $x = 6$ on a :

- $5x - 10 = 5 \times 6 - 10 = 30 - 10 = 20$
- et $2 + 3x = 2 + 3 \times 6 = 2 + 18 = 20$

L'égalité est donc vérifiée et 6 est solution de l'équation.

b Égalité et opération

► Propriétés :

- 1) Une égalité reste vraie quand on ajoute ou soustrait un même nombre à ses deux membres.
- 2) Une égalité reste vraie quand on multiplie ou divise par un même nombre non nul à ses deux membres.

c Résolution d'équation

Pour résoudre une équation, on peut appliquer les règles précédentes :

Exemple : Résoudre l'équation $5x + 2 = -4 + 3x$ (1)

On regroupe les termes en x à gauche :

On soustrait $3x$ à chaque membre (pour ne plus avoir de x à droite)

Cela revient à

On réduit

$$5x + 2 - 3x = -4 + 3x - 3x$$

$$5x + 2 - 3x = -4 \quad (2)$$

$$2x + 2 = -4 \quad (3)$$

Remarque : L'équation (1) et l'équation (2) sont les mêmes équations. Elles ont les mêmes solutions. Une autre façon de voir les choses pour passer de l'équation (1) à l'équation (2) est de constater que l'on fait passer le $3x$ du membre de droite de l'équation dans le membre gauche en changeant le signe. $3x$ devient $-3x$ et on obtient l'équation (2)

On regroupe les termes sans x dans le membre de droite :

On soustrait 2 à chaque membre (pour ne plus avoir de sans x à gauche)

$$2x + 2 - 2 = -4 - 2$$

Cela revient à

$$2x = -4 - 2 \quad (4)$$

Remarque : Comme dans la remarque précédente pour passer de l'équation (3) et l'équation (4), on fait passer le 2 du membre de gauche de l'équation dans le membre de droite en changeant le signe. 2 devient -2 et on obtient l'équation (4)

On réduit

$$2x = -6$$

On divise par le coefficient de x ici 2 pour obtenir x

$$x \div 2 = (-6) \div 2$$

On calcule la valeur de x

$$x = -3$$

On vérifie que cette valeur est bien solution de l'équation initiale et on conclut :

$$5 \times (-3) + 2 = -15 + 2 = -13 \quad \text{et} \quad -4 + 3 \times (-3) = -4 + (-9) = -13$$

Donc -3 est la solution de l'équation $5x + 2 = -4 + 3x$.

d Résolution d'un problème

Pour mettre en équation un problème et le résoudre, il faut respecter les étapes suivantes :

► Méthode :

1. Choisir ce que représente l'inconnue et donner les contraintes du texte.
2. Traduire le texte par une équation.
3. Résoudre l'équation.
4. Vérifier que la solution trouvée est cohérente avec les contraintes et écrire la réponse au problème.

Ces étapes sont indispensables.

Exemple : « J'ai choisi un nombre, je l'ai multiplié par 4 puis j'ai ajouté 10 et divisé le tout par 5. J'ai trouvé 6. Quel est ce nombre ? »

Soit x le nombre cherché. Le texte se traduit par :

$$\frac{4x + 10}{5} = 6$$

Résolution :

$$\text{donc } 4x + 10 = 6 \times 5$$

$$\text{donc } 4x + 10 = 30$$

$$\text{donc } 4x = 20$$

$$\text{donc } x = \frac{20}{4}$$

$$\text{donc } x = 5.$$

Vérification : $4 \times 5 + 10 = 30$; $30 \div 5 = 6$.

Conclusion : le nombre cherché est 5.