

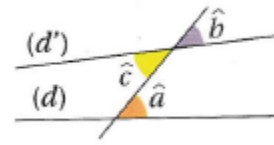
Démontrer que deux droites sont ^(5^{ème}, 4^{ème} et 3^{ème})

1. Parallèles ^(5^{ème} et 3^{ème})

a) Angle et parallélisme ^(5^{ème})

Définitions : ♦ Soient deux droites (d) et (d') coupées par une sécante.

- les angles $\hat{b}$ et $\hat{c}$ sont **opposés par le sommet**.
- les angles $\hat{b}$ et $\hat{a}$ sont des **angles correspondants**.
- les angles $\hat{c}$ et $\hat{a}$ sont des **angles alternes-internes**.



Propriété : ♦ Si deux droites coupées par une sécante forment des angles alternes-internes (ou correspondants) de **même mesure** alors ces deux droites sont **parallèles**.



Conséquence : ✧ si deux droites sont **perpendiculaires** à une même troisième alors elles sont **parallèles** entre elles.

Propriété réciproque : ♦ Si deux droites, coupées par une sécante, sont **parallèles** alors elles forment des angles alternes-internes (ou correspondants) de **même mesure**.



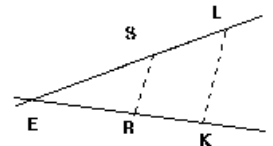
b) Réciproque de Thalès ^(3^{ème})

Propriété : ♦ Soient 5 points A, B, C, M et N. Si les points **A, B, M** d'une part et les points **A, C, N** d'autre part sont **alignés dans le même ordre** et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ alors les droites **(MN)** et **(BC)** sont **parallèles**.

Exemple : Sur le schéma ci-contre, on donne : EL = 10,8cm ; ER = 4cm ; ES = 4,8cm et EK = 9cm.

$$\text{Alors } \left. \begin{array}{l} \frac{ES}{EL} = \frac{4,8}{10,8} = \frac{4 \times 12}{9 \times 12} = \frac{4}{9} \\ \frac{ER}{EK} = \frac{4}{9} \end{array} \right\} \text{ donc } \frac{ES}{EL} = \frac{ER}{EK} ;$$

de plus E, S, L et E, R, T sont alignés dans le même ordre
donc d'après la propriété réciproque de Thalès les droites (SR) et (LK) sont parallèles.



Attention : si deux droites (BM) et (CN) sécantes en A sont telles que $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$ alors les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.

2. Perpendiculaires ^(4^{ème}) : Réciproque de Pythagore

Propriété : ♦ Si le **carré** de la longueur du **plus grand côté** d'un triangle est égal à la **somme** des **carrés** des longueurs des **deux autres côtés**, alors le **triangle** est **rectangle**.

Exemple : Soit HTJ un triangle tel que HT = 12cm, HJ = 13cm, JT = 5cm. Le plus long côté est [HJ] donc :

$$\left. \begin{array}{l} HJ^2 = 13^2 = 169 \\ HT^2 + JT^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169 \end{array} \right\} \text{ donc } HJ^2 = HT^2 + JT^2$$

Donc d'après la propriété réciproque de Pythagore, HJT est rectangle en T.