

Calcul littéral

I. Expression littérale (5ème)

a) Définition

Définition : Une **expression littérale** est une expression mathématique contenant des lettres représentant des nombres. Ces lettres sont appelées **variables**.

Remarques :

- 1) Pour simplifier des écritures, on peut supprimer le signe $\times$ quand il est placé :
 - devant une lettre : $5 \times a = 5a$
 - devant une parenthèse : $-3 \times (a+b) = -3(a+b)$ qui se lit « - 3 facteur de $(a+b)$ »
- 2) Il faut aussi savoir que $1 \times a = 1a = a$ et que $0 \times a = 0a = 0$, quel que soit le nombre a .
- 3) $a \times a = a^2$ (qui se lit « a au carré ») $\triangleq$ ne pas confondre avec $2 \times a$
 $a \times a \times a = a^3$ (qui se lit « a au cube »)

b) Calcul d'une expression littérale

Définition : Pour calculer une expression littérale, on remplace les lettres par les valeurs données en faisant exister les opérations cachées.

Exemple : Pour calculer $3x - 9(x+y)$ pour $x = 2$ et $y = 7$,
 on fait : $3 \times 2 - 9 \times (2 + 7) = 6 - 9 \times 9 = 6 - 81 = -75$

Rappel : En l'absence de parenthèse, on doit effectuer dans l'ordre :

- les puissances
- les multiplications et les divisions
- les additions et les soustractions

c) Tester une égalité

Définitions : Une égalité est constituée de deux membres séparés par le signe « = ».

Deux expressions littérales sont **égales** lorsqu'elles donnent des résultats égaux quelle que soit la valeur choisie pour la ou les variables.

Méthode pour tester une égalité :

- on calcule la valeur du membre de gauche en remplaçant chaque lettre par le nombre donné
- on calcule la valeur du membre de droite en remplaçant chaque lettre par le nombre donné
- on observe ou non l'égalité des deux valeurs obtenues et on conclut

Exemple : L'égalité $3x + 5 = 5x - 9$ est-elle vraie pour $x = 2$ et pour $x = 7$?

$$3x + 5 = 3 \times 2 + 5 = 6 + 5 = 11$$

Or $11 \neq 1$ donc cette égalité est fausse pour $x = 2$.

$$5x - 9 = 5 \times 2 - 9 = 10 - 9 = 1$$

$$3x + 5 = 3 \times 7 + 5 = 21 + 5 = 26$$

Or $26 = 26$ donc cette égalité est vraie pour $x = 7$.

$$5x - 9 = 5 \times 7 - 9 = 35 - 9 = 26$$

II. Distributivité (4^{ème})

Propriété : Distributivité simple

Pour tous nombres a, b, k on a : $k(a+b)=ka+kb$.

On dit que la multiplication est distributive sur l'addition et la soustraction.

Définitions :

Développer une expression littérale, c'est transformer un produit en somme.

Exemple : $A=2(x-1)=2 \times [x+(-1)]=2 \times x+2 \times (-1)=2x-1$

Factoriser une expression littérale, c'est transformer une somme en un produit de facteurs.

Exemple : $B=2x-6=2 \times x-2 \times 3=2(x-3)$

Réduire une expression littérale, c'est l'écrire sous la forme d'une somme ayant le moins de termes possibles.
(développer ou factoriser permet de réduire une expression littérale)

Exemple : $C=3x+5x=(3+5)x=8x$ et $D=2(x+3)+3(3x-7)=2x+6+9x-21=11x-15$.

Remarque : Suppression des parenthèses

 Parenthèses précédées du signe « + » ou d'aucun signe :

 On supprime les parenthèses qui entourent l'expression et on supprime le signe « + » qui les précède.

 On réécrit l'expression sans changer ses signes.

 Parenthèses précédées du signe « - » :

 On supprime les parenthèses qui entourent l'expression et on supprime le signe « - » qui les précède.

 On écrit l'expression en changeant tous ses signes.

Exemples : $+(3x+4)=3x+4$ $-(-7x+3)=7x-3$ $(-2x+5)-(5x+3)=-2x+5-5x-3=-7x+2$

Propriété : Double distributivité

Quels que soient les nombres relatifs a, b, c, d : $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$

Exemple : $(5x+4)(2x-3)=10x^2-15x+8x-12=10x^2-7x-12$.