

3. Utiliser la proportionnalité

a) Ratio

Propriété 1 : • On dit que deux nombres a et b sont dans le ratio 2 : 3 (dit « 2 pour 3 ») si $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$

• On dit que trois nombres a, b et c sont dans le ratio 2 : 3 : 4 (2 pour 3 pour 4) si $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$

Propriété 2 : Dire que deux nombres a et b sont dans le ratio 2 : 3 signifie aussi que $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$

Exemple :

Quelle quantité d'huile et de vinaigre utilise-t-on dans une vinaigrette de 500 mL réalisée dans le ratio 3:1.

- La somme des coefficients des ratios : 3+1=4
- Le volume total de la vinaigrette : 500 mL

Huile	Vinaigre	TOTAL	(Plusieurs méthodes possibles)
3	1	4	$x = 1 \times 125 = \frac{1 \times 500}{4} = 125 \text{ mL}$
y	x	500	$y = 3 \times 125 = \frac{3 \times 500}{4} = 375 \text{ mL}$

Il faut 375 mL d'huile et 125 mL de vinaigre pour faire une vinaigrette de 500 mL.

b) Échelle

Définition: L'**échelle** d'une reproduction est le coefficient de proportionnalité entre les dimensions réelles et les dimensions sur la reproduction exprimées dans la même unité.

L'échelle est donc le quotient : $\frac{\text{longueur sur plan}}{\text{longueur réelle}}$

Exemple: 1) Sur une carte à l'échelle $\frac{1}{2000}$, 1 cm représente 2000 cm soit 20 m en réalité.

2) Sur un plan à l'échelle $\frac{1}{200\,000}$, la maison de Léa est à 8,5 cm de son collègue.

Distance sur la carte (en cm)	1	8,5
Distance réelle (en cm)	200 000	1 700 000

× 200 000

1 700 000 cm = 17 000 m = 17 km Léa habite à 17 km de son collègue.

c) Pourcentages

Définition: Un pourcentage est le coefficient de proportionnalité d'une situation ;
il est écrit sous **forme fractionnaire de dénominateur 100**.

Propriété : Calculer p % d'une quantité revient à la multiplier par la fraction $\frac{p}{100}$.

Exemples : 1) Dans une classe de 30 élèves, 60% pratiquent un sport.

Donc le nombre de sportifs de cette classe est $30 \times \frac{60}{100} = 18$ élèves.

2) Sur 25 élèves d'une classe de collège, 3 sont externes.

Quel est le pourcentage d'externe dans cette classe ?

Nombres d'élèves	25	100
Nombre d'externes	3	x

$$\text{donc } x = \frac{100 \times 3}{25} = 12$$

donc il y a 12% d'externes dans cette classe.

(3^{ème}) Propriétés : • Augmenter une quantité de p % revient à multiplier par $(1 + \frac{p}{100})$

• Diminuer une quantité de p % revient à multiplier par $(1 - \frac{p}{100})$

Exemples : 1) Un article coûte 45€. Il est soldé de 20%.

$$1 - \frac{20}{100} = 0,80 \text{ et } 45 \times 0,8 = 36 \text{ donc son nouveau prix est de 36 €}.$$

2) Un article coûte 45€. Il augmente de 20%.

$$1 + \frac{20}{100} = 1,2 \text{ et } 45 \times 1,2 = 54 \text{ donc son nouveau prix est de 54 €}.$$