

114 95 Le langage binaire

Chercher, Modéliser

- Dans notre système décimal (également appelé « base 10 »), on utilise 10 chiffres pour écrire les nombres. On peut décomposer chaque nombre en utilisant des puissances de 10. Par exemple, la décomposition du nombre 185 est :

$$185 = 1 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 5 \times 10^0$$

- Dans le système binaire (également appelé « base 2 »), on n'utilise que 2 chiffres, 0 et 1, pour écrire les nombres. On peut décomposer chaque nombre en utilisant des puissances de 2. Par exemple, pour le nombre 19 :

$$19 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

Donc, dans le système binaire, 19 s'écrit 10011.

1. Quelle est l'écriture décimale du nombre qui s'écrit 11 111 000 en binaire ?

Réponse : $1 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0$
 $= 128 + 64 + 32 + 16 + 8 = \mathbf{248}$

Commence par trouver
la puissance de 2 la plus
grande « contenue » dans 13.

2. a. Écrire le nombre 13 en binaire.

Réponse : La plus grande puissance de 2 dans 13 est $2^3 = 8$.
 $13 = 8 + 4 + 1 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$. Soit 1101.

b. Faire de même avec les nombres 87 et 106.

Réponse pour 87 : $87 = 64 + 16 + 4 + 2 + 1 = 2^6 + 2^4 + 2^2 + 2^1 + 2^0 \rightarrow \mathbf{1010111}$

Réponse pour 106 : $106 = 64 + 32 + 8 + 2 = 2^6 + 2^5 + 2^3 + 2^1 \rightarrow \mathbf{1101010}$

3. Chaque chiffre 0 ou 1 est appelé un bit. Un groupe de 8 bits est appelé un octet. Quel est le plus grand nombre que l'on peut écrire avec un octet ? Donner son écriture décimale.

Réponse : Le plus grand nombre est 11111111_2 .
 $1 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = \mathbf{255}$.
(Ou plus simplement : $2^8 - 1 = 256 - 1 = 255$)