

TRIANGLES

I. Inégalité triangulaire

Propriété :

Dans un triangle, la longueur d'un côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

Méthode : Pour vérifier qu'un triangle est constructible, on vérifie que la plus grande longueur est inférieure à la somme des deux autres.

Exemple : A, B et C sont 3 points tels que $AB = 2$ cm, $BC = 4$ cm et $AC = 3$ cm.

Est-ce que le triangle ABC est constructible ?

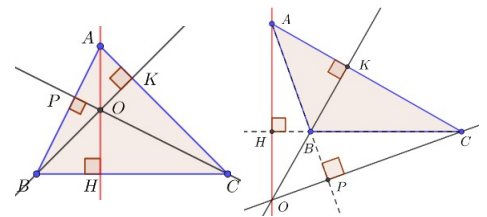
- BC est la plus grande longueur du triangle
- $AB + AC = 2 + 3 = 5$ cm. On a $4 < 5$ soit $BC < AB + AC$ donc le triangle est constructible.

II. Droites remarquables

a) Hauteurs

Définition : Une **hauteur dans un triangle** est la droite qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire au support du côté opposé à ce sommet.

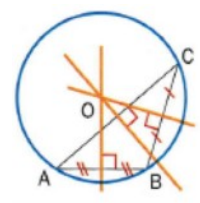
Propriété : Les trois hauteurs d'un triangle sont **concurrentes** en un point qui est l'**orthocentre** de ce triangle.



b) Médiatrices

Définition : La **médiatrice d'un segment** est la droite qui coupe perpendiculairement un segment en son milieu.

Propriété : Les trois **médiatrices** d'un triangle sont **concurrentes** en un point qui est le **centre du cercle circonscrit** à ce triangle.

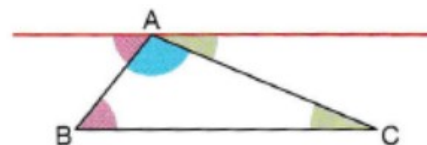


III. Angles

Propriété : Dans un triangle, la **somme des mesures des trois angles** est égale à **180°**.

Exemple : Dans le triangle ABC, $\widehat{ABC} + \widehat{BCA} + \widehat{CAB} = 180^\circ$.

Conséquence : Cette propriété permet de calculer la mesure du troisième angle d'un triangle connaissant les deux autres.

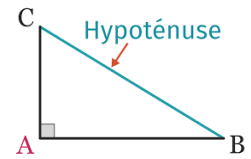


IV. Triangles particuliers

a) Triangles rectangles

Définition :

- Un **triangle rectangle** est un triangle qui possède un angle droit.
- Le côté opposé à l'angle droit s'appelle l'**hypoténuse**.



Remarques : Les côtés délimitant l'angle droit sont des **hauteurs** du triangle.

b) Triangle isocèle

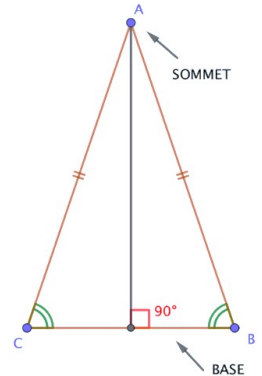
Définition : Un **triangle isocèle** est un triangle qui possède **2 côtés de la même longueur**.

Propriétés :

- Si le triangle ABC est isocèle en A alors les **angles** $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ ont la même mesure.
- Si les **angles** $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ ont la même mesure alors le triangle ABC est isocèle en A.

Remarques : Dans un triangle ABC isocèle en A :

- La médiatrice de [BC] est **confondue** avec la **hauteur** issue du sommet A.
- La médiatrice de [BC] est un axe de symétrie du triangle.



c) Triangle équilatéral

Définition : Un **triangle équilatéral** est un triangle qui possède 3 côtés de la même longueur.

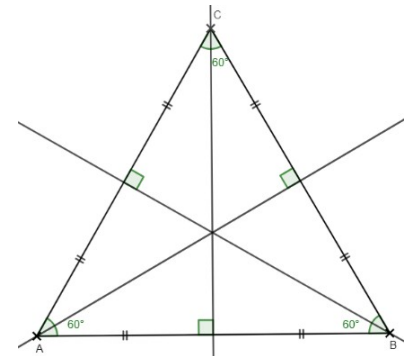
Propriétés :

- Si un triangle est équilatéral, alors ses trois **angles** mesurent chacun 60° .
- Si un triangle a trois **angles** de même mesure, alors il est équilatéral.

Remarques :

Les médiatrices et les hauteurs d'un triangle équilatéral

- sont confondues.
- forment des axes de symétries du triangle.



V. Triangles égaux et semblables

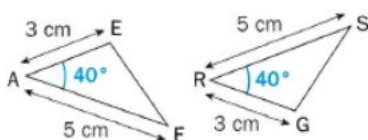
a) Égaux (4^{ème})

Définition: Deux **triangles** sont **égaux** si leurs côtés sont deux à deux de même longueur.

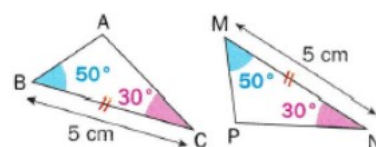
Propriétés :

- Si deux triangles sont égaux, alors leurs angles sont deux à deux de même mesure.
- Si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés de même longueur alors ces triangles sont égaux.
- Si deux triangles ont un côté de même longueur compris entre deux angles de même mesure alors ces triangles sont égaux.

Exemples : 1) AEF et RSG sont égaux



2) ABC et MNP sont égaux



b) Semblables (3^{ème})

Définition: Deux **triangles** sont **semblables** si leurs angles sont deux à deux de même mesure.

⚠ Deux triangles égaux sont semblables mais deux triangles semblables ne sont pas nécessairement égaux !!!

Propriétés : • Si deux **triangles** sont **semblables**, alors les **longueurs** de leurs **côtés** sont **proportionnelles**.
• Si les **longueurs** des **côtés** de deux triangles sont **proportionnelles**, alors ces **triangles** sont **semblables**.

Exemple : ABC et A'B'C' sont semblables.

