

PROPORTIONNALITÉ

Définitions :

Deux grandeurs sont **proportionnelles** si l'on peut passer de l'une à l'autre en multipliant par un même nombre non nul. Ce nombre s'appelle **coefficient de proportionnalité**.

1. Reconnaître une situation de proportionnalité

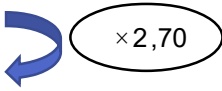
a) Avec un tableau

Définitions : Dans un tableau représentant **deux grandeurs**, si les valeurs de la première grandeur sont proportionnelles aux valeurs de la seconde, ce tableau est appelé **tableau de proportionnalité**. Il s'agit dans ce cas d'une **situation de proportionnalité**.

Propriété : Si deux grandeurs sont proportionnelles, on peut les représenter dans un tableau de proportionnalité, dans lequel les lignes (ou les colonnes) sont proportionnelles entre elles.

Méthode : Pour déterminer si deux grandeurs représentées dans un tableau sont proportionnelles, on peut calculer les quotients des valeurs correspondantes de ces grandeurs.

Masse de cerises (en kg)	0,5	1	2	5
Prix (en euros)	1,35	2,70	5,40	13,50



$$\frac{1,35}{0,5} = \frac{2,70}{1} = \frac{5,40}{2} = \frac{13,50}{5} = 2,7 \quad \text{Le tableau est donc un tableau de proportionnalité.}$$

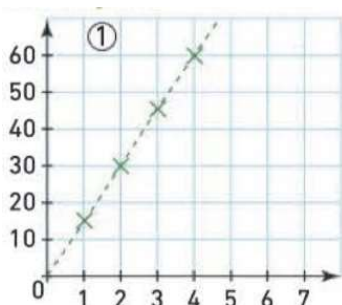
La masse de cerises est proportionnelle au prix et **2,70** est le coefficient de proportionnalité, c'est-à-dire le prix de 1kg de cerise.

b) Avec un graphique (4^{ème})

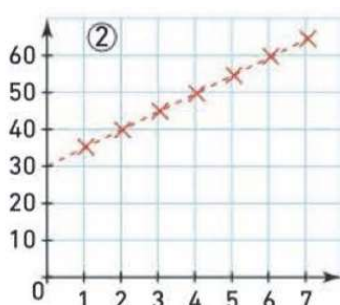
Propriété :

- Une situation de proportionnalité est représentée par des points alignés sur **une droite qui passe par l'origine du repère**.
- Réciproquement, si une situation est représentée graphiquement par des points alignés sur **une droite qui passe par l'origine du repère**, alors c'est une situation de proportionnalité.

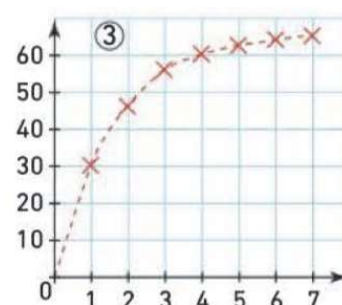
Exemples :



C'est une situation de proportionnalité car **les points sont alignés avec l'origine du repère**.



Ce n'est pas une situation de proportionnalité car **les points ne sont pas alignés avec l'origine du repère**.



Ce n'est pas une situation de proportionnalité car **les points ne sont pas alignés**.

2. Calculer une quatrième proportionnelle

Propriété : Dans un tableau de proportionnalité à **quatre cases**, lorsque l'on ne connaît que trois valeurs, on peut calculer la quatrième valeur, appelée **quatrième proportionnelle**.

a	b
c	?

Exemple : il faut 300g de riz pour préparer un plat pour 5 personnes. Combien en faut-il pour 7 ?

Méthode 1 : Utilisation du coefficient de proportionnalité

Nombres de personnes	5	7
Poids de riz en g	300	x

× 60

Chercher le coefficient de proportionnalité revient à chercher la valeur pour la quantité 1 !

Calcul du coefficient : $\frac{300}{5} = 60$ $x = 7 \times 60 = 420$

Méthode 2 : Par retour à l'unité

$\frac{300}{5} = 60$ donc pour 1 personne, il faut 60 g.

$60 \times 7 = 420$ g

Cela revient à calculer le coefficient de proportionnalité.

÷ 5

Nombres de personnes	5	1	7
Poids de riz en g	300	60	420

Méthode 3 : Utilisation du lien entre les colonnes

× 1,4

Nombres de personnes	5	7
Poids de riz en g	300	x

$x = 300 \times 1,4 = 420$

Nombres de personnes	5	7	12
Poids de riz en g	300	420	x

$x = 300 + 420 = 720$

Méthode 4 : Règle de trois ou le produit en croix (4^{ème})

Propriété : Les nombres a, b et c étant connus (a non nul), on a :

<table><tr><td>a</td><td>c</td></tr><tr><td>b</td><td>x</td></tr></table>	a	c	b	x		$\times \frac{b}{a}$	Égalité des produits en croix : $a \times x = b \times c$	Règle de trois : $x = \frac{b \times c}{a}$
a	c							
b	x							

Nombres de personnes	5	7
Poids de riz en g	300	x

• Produit en croix : $5 \times x = 300 \times 7$

• Règle de trois : $x = \frac{300 \times 7}{5} = 420$

3. Utiliser la proportionnalité

a) Ratio

Propriété 1 : • On dit que deux nombres a et b sont dans le ratio 2 : 3 (dit « 2 pour 3 ») si $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$

• On dit que trois nombres a, b et c sont dans le ratio 2 : 3 : 4 (2 pour 3 pour 4) si $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$

Propriété 2 : Dire que deux nombres a et b sont dans le ratio 2 : 3 signifie aussi que $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$

Exemple :

Quelle quantité d'huile et de vinaigre utilise-t-on dans une vinaigrette de 500 mL réalisée dans le ratio 3:1.

- La somme des coefficients des ratios : 3+1=4
- Le volume total de la vinaigrette : 500 mL

Huile	Vinaigre	TOTAL	(Plusieurs méthodes possibles)
3	1	4	$x = 1 \times 125 = \frac{1 \times 500}{4} = 125 \text{ mL}$
y	x	500	$y = 3 \times 125 = \frac{3 \times 500}{4} = 375 \text{ mL}$

Il faut 375 mL d'huile et 125 mL de vinaigre pour faire une vinaigrette de 500 mL.

b) Échelle

Définition: L'**échelle** d'une reproduction est le coefficient de proportionnalité entre les dimensions réelles et les dimensions sur la reproduction exprimées dans la même unité.

L'échelle est donc le quotient : $\frac{\text{longueur sur plan}}{\text{longueur réelle}}$

Exemple: 1) Sur une carte à l'échelle $\frac{1}{2000}$, 1 cm représente 2000 cm soit 20 m en réalité.

2) Sur un plan à l'échelle $\frac{1}{200\,000}$, la maison de Léa est à 8,5 cm de son collègue.

Distance sur la carte (en cm)	1	8,5
Distance réelle (en cm)	200 000	1 700 000



1 700 000 cm = 17 000 m = 17 km Léa habite à 17 km de son collègue.

c) Pourcentages

Définition: Un pourcentage est le coefficient de proportionnalité d'une situation ;
il est écrit sous **forme fractionnaire de dénominateur 100**.

Propriété : Calculer p % d'une quantité revient à la multiplier par la fraction $\frac{p}{100}$.

Exemples : 1) Dans une classe de 30 élèves, 60% pratiquent un sport.

Donc le nombre de sportifs de cette classe est $30 \times \frac{60}{100} = 18$ élèves.

2) Sur 25 élèves d'une classe de collège, 3 sont externes.

Quel est le pourcentage d'externe dans cette classe ?

Nombres d'élèves	25	100
Nombre d'externes	3	x

$$\text{donc } x = \frac{100 \times 3}{25} = 12$$

donc il y a 12% d'externes dans cette classe.

(3^{ème}) Propriétés : • Augmenter une quantité de p % revient à multiplier par $(1 + \frac{p}{100})$

• Diminuer une quantité de p % revient à multiplier par $(1 - \frac{p}{100})$

Exemples : 1) Un article coûte 45€. Il est soldé de 20%.

$$1 - \frac{20}{100} = 0,80 \text{ et } 45 \times 0,8 = 36 \text{ donc son nouveau prix est de } 36 \text{ €}.$$

2) Un article coûte 45€. Il augmente de 20%.

$$1 + \frac{20}{100} = 1,2 \text{ et } 45 \times 1,2 = 54 \text{ donc son nouveau prix est de } 54 \text{ €}.$$