

Les nombres rationnels

I. Généralités

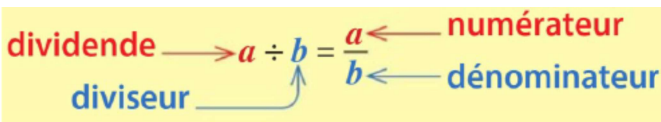
a) Définition

Définition : Soient a et b deux nombres entiers relatifs avec $b \neq 0$.

Alors le **quotient** de a par b est le nombre qui, multiplié par b , donne a .

On le note $a : b$, $a \div b$ ou $\frac{a}{b}$; on dit qu'il s'agit d'un **nombre rationnel**.

- Si a et b sont des entiers, on dit que $\frac{a}{b}$ est une **fraction**.

Rappel : 

Exemples : * $\frac{324}{100} = 3,24$ donc un nombre rationnel peut être décimal

* $\frac{21}{3} = 7$ donc un nombre rationnel peut être entier

* $\frac{11}{3}$ est un nombre rationnel qui n'est ni entier ni décimal ;

on peut en donner une valeur approchée décimale avec la calculatrice soit $\approx 3,67$.

Rappel : Un nombre décimal est un nombre qui peut s'écrire à l'aide d'une **fraction décimale** (c'est-à-dire dont le numérateur est un entier et le dénominateur est 1 ou 10 ou 100 ou 1000 ou 10000 ou etc.)

b) Fractions égales

Propriété : Un nombre en écriture fractionnaire ne change pas quand on multiplie (ou divise) son numérateur ET son dénominateur par un même nombre non nul.

$$\frac{a}{b} = \frac{k \times a}{k \times b} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \div m}{b \div m}$$

Exemple : $\frac{12}{9} = \frac{12 \times 4}{9 \times 4} = \frac{48}{36}$ $\frac{12}{9} = \frac{12 \div 3}{9 \div 3} = \frac{4}{3}$ On a : $\frac{4}{3} = \frac{12}{9} = \frac{48}{36}$

Définition : ♦ **Simplifier** une fraction, c'est écrire une fraction qui lui est égale mais avec un numérateur et un dénominateur plus petit.

- ♦ Quand on ne peut plus simplifier, on dit que la fraction est **irréductible**.

Exemple : $\frac{32}{48} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{2}{3}$

Remarque : Lorsque le numérateur et/ou le dénominateur sont des nombres décimaux, il faut d'abord les rendre entiers en multipliant par 10 ou 100 ou 1000 etc...

Exemple : $\frac{4,5}{1,25} = \frac{4,5 \times 100}{1,25 \times 100} = \frac{450}{125} = \frac{2 \times 5 \times 5 \times 3 \times 3}{5 \times 5 \times 5} = \frac{18}{5}$

c) Proportion

Définition : Une proportion est un rapport entre deux grandeurs.

Exemple : Dans la classe il y a 18 filles sur un total de 30 élèves.

La proportion de fille est : $\frac{\text{nombre de filles}}{\text{total des élèves}} = \frac{18}{30}$

Propriété :

Pour multiplier une fraction par un nombre :

- On multiplie le numérateur
- On garde le dénominateur

$$a \times \frac{b}{c} = \frac{a \times b}{c}$$

Exemple : $2 \times \frac{3}{5} = \frac{2 \times 3}{5} = \frac{6}{5}$

Remarque : On peut utiliser cette méthode pour calculer une fraction d'une grandeur :

Ex : Les $\frac{2}{3}$ d'une bouteille de 75 cL :

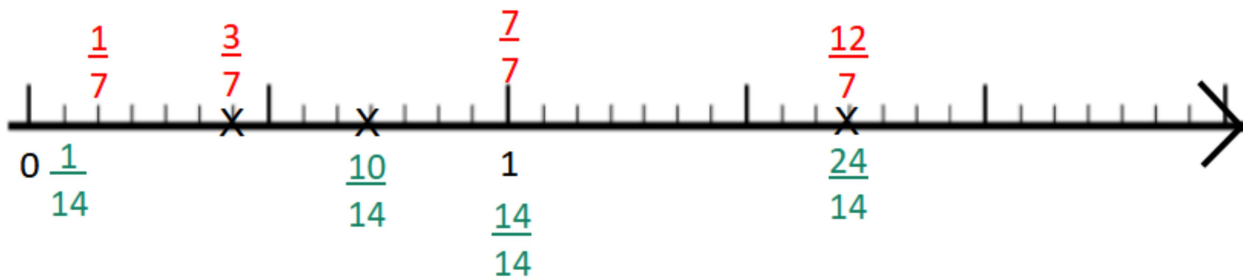
$$\frac{2}{3} \times 75 = \frac{2 \times 75}{3} = \frac{150}{3} = 50$$

Les deux tiers de 75 cL représentent 50 cL.

II. Repérage sur une droite graduée

Méthode : Pour repérer la fraction $\frac{a}{b}$ sur une droite graduée, on partage l'unité en b segments de même longueur, puis on reporte a fois cette longueur à partir de l'origine.

Exemples : Placer $\frac{3}{7}$; $\frac{12}{7}$; $\frac{10}{14}$; $\frac{24}{14}$



III. Comparaison de fractions

a) Avec le même dénominateur

Règle : Si deux fractions ont le même dénominateur, alors on compare les numérateurs : la plus grande fraction est celle qui a le plus grand numérateur.

Exemple : $\frac{5}{6} < \frac{12}{6}$ car $5 < 12$

b) Dénominateur différent

Règle : Si deux fractions n'ont pas le même dénominateur, alors on les réduit au même dénominateur et on applique la règle précédente.

Exemple : Comparer $\frac{3}{5}$ et $\frac{11}{15}$.

On réduit au même dénominateur : ici 15

$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 3}{5 \times 3} = \frac{9}{15}$ les deux fractions ont le même dénominateur.

On doit comparer $\frac{9}{15}$ et $\frac{11}{15}$. $9 < 11$ donc $\frac{9}{15} < \frac{11}{15}$.

c) Avec le même numérateur

Règle : Si deux fractions ont le même numérateur, alors on compare les dénominateurs : la plus grande fraction a le plus petit dénominateur.

Exemple : $\frac{5}{6} < \frac{5}{3}$ car $6 > 3$

d) Comparaison avec 1

Propriété :

a et b désignent des nombres ($b \neq 0$)

- Si $a > b$ alors $\frac{a}{b} > 1$
- Si $a < b$ alors $\frac{a}{b} < 1$
- Si $a = b$ alors $\frac{a}{b} = 1$

Exemple : Comparer $1; \frac{3}{5}; \frac{8}{7}$

$3 < 5$ donc $\frac{3}{5} < 1$ et $8 > 7$ donc $\frac{8}{7} > 1$.

Donc $\frac{3}{5} < 1 < \frac{8}{7}$.