

Arithmétique

1. Division euclidienne

a) Nombre entier

Définition : Un entier naturel est un nombre entier positif ou nul. Il sert à compter ou à dénombrer des objets.

b) Division euclidienne

Définition : Soient a, b, q et r 4 entiers naturels (positifs ou nuls).

L'égalité $a = b \times q + r$ où $0 \leq r < b$ est appelée **division euclidienne de a par b** .

a est le **dividende**, b est le **diviseur**, q est le **quotient** et r est le **reste**.

Exemple : $231 = 12 \times 18 + 15$ est la division euclidienne de 231 par 18 mais pas celle de 231 par 12 car $15 > 12$.

Remarque : Dans une division euclidienne, le reste est strictement inférieur au diviseur.

c) Multiples et diviseurs

Définition : Lorsque le reste est nul, on obtient $a = b \times q$ et on dit que :

- a est **un multiple** de b • a **est divisible par** b • b est **un diviseur** de a • b **divise** a

Exemple : dans l'égalité $45 = 3 \times 15$

45 est un multiple de 3

45 est divisible par 15

15 est un diviseur de 45

3 divise 45.

Remarque : tout nombre entier non nul est au moins divisible par un et lui-même.

d) Critères de divisibilité

Définitions : Un nombre est **divisible**

par 2 si son chiffre des unités est : 0, 2, 4, 6 ou 8.

par 3 si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.

par 4 si le nombre composé de son chiffre des dizaines et de son chiffre des unités est un multiple de 4.

par 5 si son chiffre des unités est : 0 ou 5.

par 9 si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.

par 10 si son chiffre des unités est 0.

Exemples : 135 est divisible par 5 et 9 ; 336 est un multiple de 4 car 36 est dans la table de 4.

2. Nombre premier et fraction irréductible

Définition : On dit qu'un entier naturel est un **nombre premier** lorsqu'il a exactement deux diviseurs distincts : 1 et lui-même.

Exemple : 5 est un nombre premier : il n'est divisible que par 1 et 5.

Remarques :

- 0 n'est pas premier car il possède une infinité de diviseurs.
- 1 n'est pas premier car il possède un seul diviseur : lui-même.

Crible d'Ératosthène (4ème)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

♥ **Propriété :** Les 10 nombres premiers inférieurs à 30 sont : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29.

Propriété : Tout nombre entier non premier admet une décomposition unique en produit de facteurs premiers (à l'ordre près).

Exemples :

1^{ère} méthode : on exprime d'abord le nombre sous la forme d'un produit quelconque:

$$84 = 21 \times 4 = 3 \times 7 \times 2 \times 2$$

2^{ème} méthode : on utilise les critères de divisibilité (84 est divisible par 2, par 3, par 4 et par 7)